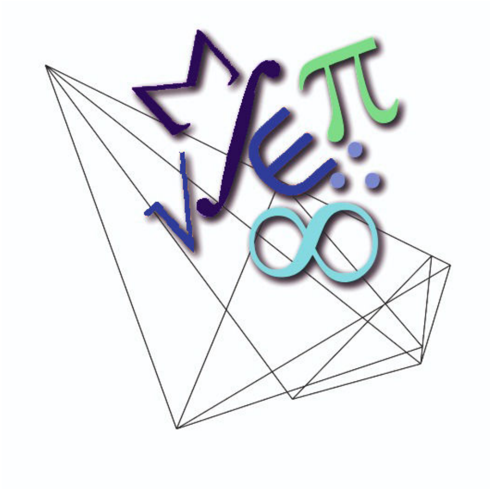
Мәуіт Ырысбек, Нарбаев Бақдәурен,

Қайсаұлы Әрін, Өрлеу Наржол

Жалпы білім беретін пәндер бойынша
республикалық олимпиаданың

МАТЕМАТИКА

пәнінен аудандық кезеңінің
тапсырмалар жинағы



ZERDELI
КІТАПТАРЫ

ӘОЖ 373.167.1
КБЖ 22.1я72
М 37

«Дарын» республикалық ғылыми-практикалық орталығы оқу-әдістемелік кеңесінің 2018 жығы 2 қазандағы №16 хаттамасымен бекітілген.

Бас редактор: Қирабаева Ш.А. – "Дарын" РҒПО директоры, пед.ғ.к.
Құрастырған: Мәуіт Ырысбек, Нарбаев Бақдәурен, Қайсаұлы Әрін, Өрлеу Наржол

М 37 Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың математика пәнінен аудандық кезеңінің тапсырмалар жинағы, Астана: «БиКА» баспа-полиграфиялық кешені, 2018. 166 бет.

ISBN 978-601-275-859-7

Жинақта 8-11 сынып оқушыларының жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың математика пәнінен аудандық (II) кезеңінің 2006-2018 жылдардағы тапсырмалары толық шешімдерімен ұсынылып отыр.

Математикалық білім мен сауаттылықты қажет ететін түрлі сайыс пен конкурстар, ғылыми жоба, олимпиадалардың мақсаты оқушы шығармашылығын дамыту, дарынды, талантты балаларды айқындау, олардың болашақта ғылым жолына түсуіне үлес қосу, мәселеге ғылыми тұрғыдан талдау жасауға баулу, баланың тапқырлығын, зеректігін, ойлауға икемділігін, дербестігін дамыту, ізденісін қалыптастыру болып табылады.

Жинақ үздік педагогикалық тәжірибемен, білім мен ғылым мәселелерімен айналысатын мектеп мұғалімдеріне және пән олимпиадасына арнайы дайындалып жүрген оқушылар үшін таптырмас құрал.

ӘОЖ 373.167.1
КБЖ 22.1я72

ISBN 978-601-275-859-7

Алғы сөз

Құрметті оқырман! Сізге бұл жинақта математика пәні бойынша республикалық олимпиаданың (II) аудандық кезеңінің 2006-2018 оқу жылдарындағы есептері толық шешімдерімен ұсынылған. Көп айлық еңбек болып табылатын бұл жинақ – олимпиадалық математикамен айналысатын оқушыларға және олардың ұстаздарына таптырмас құрал.

Негізі, олимпиадалық математика қарапайым мектеп бағдарламасы аясындағы математикадан үлкен дәрежеде ерекшеленеді. Ғылымдар патшасының бұл саласы қиялдың ұшқырлығын, ойдың тереңдігін және математикалық сауаттылықты талап етеді. Осындай талаптардың саналуандылығымен бұл жинақтың құндылығы анықталады.

Біріншіден, жинақтағы олимпиадалық есептер жатталынды іс-әрекеттерді қажет етпейді. Сондықтан осындай есептерді шығару үстінде отырған адам оған дейін өзі кездестірмеген жаңа тәсілдерге, ғажайып тұжырымдарға келеді. Әрине, есептердің бәрі дана әрі дара емес, олардың ішінде ұқсастары да кездеседі. Осы ұқсастықтар жиі қолданылатын тәсілдерді айқындайды. Ал бұл тәсілдермен осы жинақ арқылы танысуға болады.

Екіншіден, жинақтағы есептерді шығару арқылы және ұсынылған шешімдерді ой елегінен өткізу арқылы математикалық ойлаудың дәрежесі дамиды. Бұл қасиет өзге ғылым салаларында да өте бағалы. Байқасаңыз, жаңа технологиялар заманында дамыған әрі дамушы елдерде, соның ішінде Қазақстанда ой-қиялы өткір мамандар тапшы. Осы орайда мектеп қабырғасынан бастап, ерекше дарыны бар балалар іріктелініп, оларға тереңдетілген бағдарламамен сабақ өтіледі. Бұл жинақ дәл сондай бағдарлама аясындағы таңдаулы есептерден құралған.

Үшіншіден, олимпиадалық математика бейне бір спорт түрі секілді. Спортта да, мұнда да айрықша еңбекқорлық, ерік-жігер мен қойған мақсатқа табандылық құнды саналады. Осыншама керемет қасиеттерді көзге қарапайым болып көрінетін есептерді шығару арқылы тәрбиелеуге болады.

Енді аудандық олимпиадар жайлы сөз қозғасақ. Бұл олимпиада - қамту аумағы бойынша республикалық олимпиаданың ең үлкен кезеңі. Өздеріңіз білесіздер, мектеп ішілік кезең есептерін дайындау жауапкершілігі және олар бойынша оқушыларды іріктеу міндеті тек мектеп әкімшілігі мен оның математика кафедрасының мойнында. Ал аудандық кезең есептері бүкіл Республикаға ортақ және олимпиаданың өзі барлық аудандарда бір уақытта өтеді.

Аудандық кезең екі турдан өтеді. Әрбір турда үш есептен беріледі (2007 оқу жылында ғана әрбір турда төрт есептен болды). Барлық есептер 7 ұпайдан бағаланады. Олимпиадалық есептердің бағалануының ерекшелігі осыда. Кез келген есептің шешуі бірнеше бөліктен (мысалы, тұжырымдардан, жағдайлардан) тұрады. Әрбір осындай бөлік қиындығына байланысты белгілі бір ұпайлармен бағаланады. Осыған байланысты есеп шешуін толық әрі түсінікті қылып жазу – әрбір қатысушының тікелей міндеті. Қатысушылардың жұмыстарын тексеретін қазылар алқасының мүшелері есеп шешулерін оқыған кезде ешқандай қиындық туындамау қажет. Бұл жинақтағы шешулердің барлығы логикалық ретпен түсінікті жазылған.

Аудандық олимпиадаларда әрбір ауданның үздіктері анықталады. Өте маңызды тәжірибемен қатар бұл жарыс облыстық кезеңге жолдамаларды таратады. Ал облыстан кейін республикалық олимпиада болатынын өздеріңіз білесіздер. Осыдан аудандық олимпиаданың маңызын байқауға болады. Осы олимпиада нәтижелерін саралау арқылы түрлі аудандардағы математикалық білім деңгейін, соның ішінде олимпиадалық мектептердің орналасуын салыстыруға болады. Әрине, Астана мен Алматы секілді үлкен қалаларда оқушылардың олимпиадалық дайындық деңгейі өзге елді мекендерге қарағанда әлде-қайда жоғары болады. Бұл жинақтың басты мақсаты – сол айырмашылықты барынша кішірейту, яғни математикаға қызыққан әрбір оқушыны тұрғылықты мекеніне қарамастан олимпиадалардың биік шыңдарына жетелеу.

Сәттілік!

Бұл жинақтағы есептердің шешімдеріне қосар ұсыныс, пікірлеріңіз болса немесе есептің басқа да шешу әдістерімен бөлісуді ойласаңыздар zerdeli.kitap@gmail.com электронды поштасына хат жіберуіңізді сұраймыз.

Есептің шарттары

2005-2006 оқу жылы

8 сынып

8.1. Өлшемі 6×6 кестенің әрбір шаршысына бүтін сан жазыңыздар: кез келген 1×4 және 4×1 тіктөртбұрыштағы сандардың қосындысы жұп, ал барлық сандардың қосындысы тақ болсын.

8.2. L және M нүктелері – $ABCD$ тіктөртбұрышының сәйкес AB және BC қабырғаларының ортасы, ал P–CL мен AM кесінділерінің қиылысу нүктесі. Егер $\angle MPC = 30^0$ болса, LDM бұрышын табыңыз.

8.3. Қайсысы үлкен: 79^{26} ме, әлде 244^{21} ме, және неліктен?

8.4. Мына теңдікті қанағаттандыратын a, b, c натурал сандары табыла ма: $(a + b)(b + c)(a + c) = 4242$?
8.5. Сүйірбұрышты ABC үшбұрышының AC және BC қабырғаларынан $AD : DC = 3 : 4$ және $BE : EC = 2 : 3$ болатындай етіп сәйкесінше D және E нүктелері алынған. Егер AE мен BD кесінділері F нүктесінде қиылысса, $(AF \cdot BF)/(FE \cdot FD)$ мәнін тап.

8.6. 99 жәшікте алмалар мен апельсиндер бар. Барлық алмалардың жартысынан кем емес және барлық апельсиндердің жартысынан кем емес салынған 50 жәшік таңдап алуға болатынын дәлелде.

9 сынып

9.1. $xy - x + y = 2006$ теңдеуінің барлық бүтін, теріс емес шешімдерін анықта.

9.2. $ABCD$ трапециясында $AB \parallel CD$ ал қабырғалары $AB = 8, BC = 5, CD = 4$ және $AD = 3$. Егер $E - ADC$ және BCD бұрыштарының биссектрисаларының қиылысу нүктесі болса, CDE үшбұрышының ауданын тап.

9.3. Қайсысы үлкен: 79^{26} ме, әлде 244^{21} ме, және неліктен?

9.4. Егер $b > 2ac$ болса, натурал a, b, c коэффициенттері бар $ax^2+bx+c=0$ теңдеуінің түбірлері иррационал екенін дәлелде.
9.5. ABC үшбұрышында $\angle B = 60^0, \angle C = 90^0$ және $AB = 1$. Теңқабырғалы BCP, CAQ және ABR үшбұрыштары ABC- ға сырттай салынған. QR және AB кесінділері T нүктесінде қиылысады. PRT үшбұрышының ауданын табыңдар.

9.6. 99 жәшікте алмалар мен апельсиндер бар. Барлық алмалардың жартысынан көбі және барлық апельсиндердің жартысынан көбі салынған 50 жәшік таңдап алуға болатынын дәлелде.

10 сынып

10.1. Кез келген x, y, z нақты сандары үшін $|ax+by+cz| + |bx+cy+az| + |cx+ay+bz| = |x|+|y|+|z|$ тепе-теңдігі орындалатындай (a, b, c) нақты сандар үштігін анықта.

10.2. $ABCD$ трапециясында $AB \parallel CD$, ал қабырғалары $AB = 8, BC = 5, CD = 4$ және $AD = 3$. Егер $E - ADC$ және BCD бұрыштарының биссектрисаларының қиылысу нүктесі болса, CDE үшбұрышының ауданын тап.

10.3. 100-ден аспайтын қанша натурал m саны үшін $\dfrac{m+4}{m^2+7}$ қысқармайтын бөлшек болады?

10.4. Егер $b > 2ac$ болса, натурал a, b, c коэффициенттері бар $ax^2+bx+c=0$ теңдеуінің түбірлері иррационал екенін дәлелде.

10.5. Жазықтықта Oxy координаталық жүйсі енгізілген. Төбелерінің (x, y) координатталары бүтін және $1 \leqslant x, y \leqslant 4$ болатын барлық үшбұрыштардың санын тап.

10.6. $ABCD$, $EFGH$ бірлік квадраттары үшін $AB \parallel EF$ және олардың қиылысуларының ауданы $\dfrac{1}{16}$. Осы квадраттардың центрларының мүмкін болатын ең қысқа арақашықтығын анықтаңыз.

11 сынып

11.1. $n^2 + n + 5$ саны толық квадрат болатындай барлық натурал n санын тап.

11.2. Әрбір $x \in (g, h)$ үшін $f(x) f(x-1) < 0$ және $f(x) f(x+1) < 0$ болатындай бос емес (g, h) интервалы табылатын барлық $f(x) = ax^2 + bx + c$ функцияларын анықтаңдар.

11.3. $ABCD$ ромбында $\angle B = 60^0$. Ромбтың ішінен $\angle APC = 120^0$, $BP = 3$ және $DP = 2$ болатындай етіп P нүктесі алынған. AP және CP кесінділерінің ұзындықтарының айырмасын тап.

11.4. Кез келген нақты x сандары үшін $x^8 - x^5 + x^2 - x + 1 > 0$ теңсіздігін дәлелдеңіз.

11.5. Қосындының мәнін табыңыз: $\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \ldots + \frac{100}{1+100^2+100^4}$

11.6. $ABCD$,$EFGH$ бірлік квадраттары үшін $AB /\!/ EF$ және олардың қиылысуларының ауданы $\frac{1}{16}$. Осы квадраттардың центрларының мүмкін болатын ең қысқа арақашықтығын анықтаңыз.

2006-2007 оқу жылы

8 сынып

8.1. 523… санына үш цифрды оң жағынан жазыңыз, шыққан алты таңбалы сан 7, 8 және 9 санына бөлінуі керек.

8.2. Әкесінің үш қадам ұзындығы баласының бес қадам ұзындығына тең. Әкесі алты қадам жасағанда баласы жеті қадам жасайды. Баласы 30 қадам жасағаннан кейін ғана әкесі қадам жасай бастады. Баласын қуып жетіп алу үшін әкесі қанша қадам жасау керек?

8.3. Дөңес $ABCD$ төртбұрышында келесі теңдіктер орындалады: $\angle BAC = 20^0, \angle CAD = 60^0, \angle ADB = 50^0, \angle BDC = 10^0$. ACB бұрышын тап.

8.4. 5-ке де, 7-ге де бөлінбейтін 1000-нан кіші қанша натурал сан бар?

8.5. Қай сан үлкен: $\frac{1}{5001} + \frac{1}{5002} + ... + \frac{1}{5100}$ саны ма әлде $\frac{1}{49}$ саны ма? Неліктен?

8.6. Дипломаттың иесі кодпен ашылатын дипломаттың 2-таңбалы саннан (00-99) тұратын кодты ұмытып қалыпты. Оның тек ол санның цифрларының қосындысы 12 екені ғана есінде бар. Дипломатты кепілді түрде ашу үшін ең аз дегенде оған қанша вариант қарап шығу керек?

8.7. p және $p^2 + 2$ сандары жай сандар екені белгілі. $p^3 + 2$ санының да жай сан екенін дәлелдеңіз.

8.8. Ануардың, Бауыржанның, Сәкеннің және Дәуреннің салмақтары әр түрлі. Ануар Сәкеннен 8 кг-ға артық, ал Дәурен Бауыржаннан 4 кг-ға артық. Ең ауыр және ең жеңіл балалар салмақтарының қосындысы қалған екеуінің салмақтар қосындысынан 2 кг-ға кем. Төртеуінің салмақ қосындысы 402 кг. Ануардың салмағы қанша?

9 сынып

9.1. 523… санына үш цифрды оң жағынан жазыңыз, шыққан алты таңбалы сан 7, 8 және 9 санына бөлінуі керек.