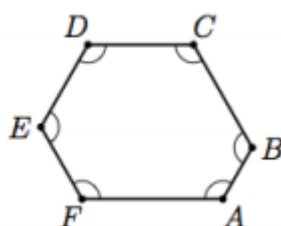


МАТЕМАТИКАЛЫҚ ШАЙҚАС - 2018

I тур

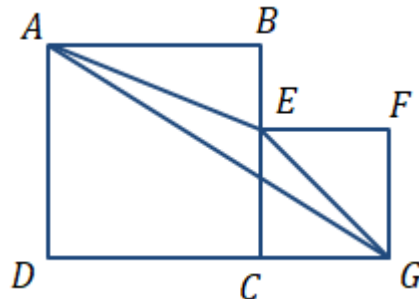
1. Тұзды суға 1 кг таза су қоссақ, концентрациясы 20 % болады, және 1 кг тұз қоссақ концентрациясы $33\frac{1}{3}\%$ болады. Алғашқыда тұзды судың концентрациясы қанша еді?
2. А, В, С үш адам 100 есеп шешті. Әр адам мұның ішіндегі 60 есепті шешті. Тек бір адам шешкен есепті “қиын есеп”, үш адам бірдей шешкен есепті «оңай есеп» деп атайық. Қиын есеп көп пе, оңай есеп көп пе? Қаншаға көп?
3. ABCDEF алтыбұрышында барлық бұрыштар тең.
 $AB - DE = EF - BC = CD - FA$ екенін дәлелдеңіз.



4. Тез, орташа, баяу жүрген үш машина бір уақытта бір орыннан шығып, бір жолды бойлап, алдыңғы жақта кетіп бара жатқан Асанды қуып жетті. Үш машина қуып жетуге жеке-жеке 6 минут, 10 минут, 12 минут жұмсады. Тез жүрген машина сағатына 24 км, орташа жүрген машина сағатына 18 км жол басатыны белгілі болса, баяу жүретін машина сағатына неше км жол басатынын табындар.
5. $\frac{a+b}{(a-b)|ab|} > 1$ теңсіздігін қанағаттандыратын a, b -ның барлық бүтін сан шешімдерін табындар.
6. $1^2 + 2^2 + \dots + 2018^2$ түрінде берілген санды а) 2017; б) 2016 әр түрлі бүтін сандардың квадраттарының қосындысы түрінде жазуға болады ма?
7. Залда бір қатарға ілінген 100 шырақ жанып тұр. Осы шырақтарды басынан аяғына қарай ретімен тақ нөмірдегі шырақтарды (1, 3, 5, ...) өшірейік, сосын жанып қалған шырақтарды тағы да осы ретпен өшірейік. Осылайша жалғастыра берсек, ең соңында өшкен шырақ басынан санағанда нешінші шырақ?
8. 7 адам қатарға тұрып суретке түсті. А қатардың басына, В қатардың аяғына тұрмайтындай бір қатарға тұрудың барлығы қанша мүмкіндігі бар?

II тур

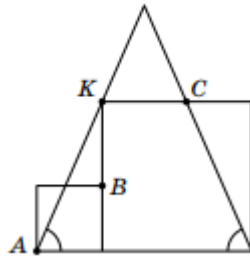
1. $a + b, a + 5, b - 2$ тік бұрышты үшбұрыштың қабырғалары болатындай a, b -лар натурал сан. Осындай неше натурал сан жұбы (a, b) бар?
2. Ағайынды екі адам велосипедке мініп А пункттен В пунктке қарай бір уақытта жолға шықты. Інісі алғашқы жарты жолды 5 км/сағ, соңғы жолды 7 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Ағасы жолды уақытпен бөліп жүріп, алғашқы $\frac{1}{3}$ уақытта 4 км/сағ, ортадағы $\frac{1}{3}$ уақытта 6 км/сағ, соңғы $\frac{1}{3}$ уақытта 8 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Нәтижеде ағасы інісінен 20 минут ерте жетті. Екі пункттің арасы неше километр?
3. Математикалық олимпиадада a, b, c үш есеп берілді. Олимпиадаға қатысқан 25 оқушының әрбіреуі кем дегенде бір есеп шешті. a есепті шешпеген оқушылар ішінде, b есепті шешкен оқушылар c есепті шешкен оқушылар санының 2 есесіндей. Тек a есепті шешкен оқушылар саны басқа a есепті шешкен оқушылар санынан 1-ге көп. Бір есепті шешкен оқушылар ішінде тек жартысы a есепті шешпеген. Тек b есепті шешкен оқушылар саны қанша?
4. Суреттегідей $ABCD$ және $EFGC$ квадраттарын қатарластырып қойған. Кіші квадраттың қабырғасы 6 болса, AEG үшбұрышының ауданын табыңдар.



5. 8×8 болтын шахмат тақтасын 15 “ $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ ” формалы домино және 1 “ $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$ ” формалы доминомен жабуға бола ма?
6. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 цифрларынан цифрлары қайталанбайтын 7 таңбалы сан жасайық. Осындай 7 таңбалы сандардың ішінде біреуі енді біреуінің еселігі болатындай екі сан табылады ма?
7. Тепе-теңдікті дәлелдеңдер:
$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = \frac{1}{1010} + \frac{1}{1011} \dots + \frac{1}{2018}$$
8. Үстелде 25 тас бар. Бақыт пен Ержан кезекпен 2, 4 не 7 тасты үстелден алады. Бірінші Бақыт бастайды. Кімде жүріс болмай қалса, сол ұтылады. Екі баланың қайсысы ұтыс стратегиясын құра алады?

III тур

1. Жолда 60 км/сағ жылдамдықпен бірнеше көлік келе жатыр. Ең бірінші көлік пен ең соңғы көліктің арасы 300 м. Полиция бөлімшесін өтіп бара жатқанда көліктер лезде жылдамдығын 40 км/сағ-қа түсіріп, ары қарай сол жылдамдықпен жүруін жалғастырады. Барлық көліктер полиция бөлімшесінен өткенде, бірінші көлік пен соңғы көліктің арасы қанша болады.
2. $a + b + c = 0$ болатындай бүтін a, b, c берілген. $2a^4 + 2b^4 + 2c^4$ — бүтін санның квадраты екенін дәлелдеңіз.
3. Кез келген 1 -ден кем емес a, b сандары үшін $a^a + b^b \geq a^b + b^a$ екенін дәлелдеңіз. Теңдік қашан орындалады?
4. Екі шаршы және теңбүйірлі үшбұрыш суретте көрсетілгендей орналасқан (үлкен шаршының K төбесі үшбұрыштың қабырғасында жатыр). A, B және C нүктелері бір түзу бойында жататынын дәлелдеңіз.



5. n – натурал сан. Жазылуында 1, 2, 3 цифрлары бірдей мөлшерде кездесетін n -ға бөлінетін сан табылатынын дәлелдеңіз.
6. Әрбір қызылға диаметрлі қарама-қарсы фишка көк түсті болатындай және кез келген екі көк фишка қатар болмайтындай а) 2018 б) 2017 қызыл фишкалар мен бірнеше көк фишкаларды бір шеңбер бойында орналастыруға болады ма?
7. ABC және $A_1B_1C_1$ үшбұрыштары берілген. M – AC -ның ортасы, M_1 – A_1C_1 -дің ортасы болсын. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ және $BM = B_1M_1$ орындалса, $ABC = A_1B_1C_1$ екенін дәлелдеңіз.